

BOLETÍN 1. NÚMEROS RACIONALES

1. Resolver las siguientes fracciones de términos racionales, simplificando en todo momento los pasos intermedios y el resultado:

a.
$$\frac{\frac{3}{5} + \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}} =$$

b.
$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6}}{\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right) : \frac{1}{6}} =$$

c.
$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{5} : \frac{2}{3} - 4}{\left(3 + \frac{2}{5}\right) \cdot \frac{1}{3}} =$$

d.
$$\frac{1 + \frac{1}{2}}{1 + \frac{2}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 - \frac{3}{3}} =$$

e.
$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{3}{2} : \frac{1}{4} + 5}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{2} : \frac{1}{4} + 5\right)} =$$

f.
$$\frac{\frac{5}{3} - \left[\frac{2}{3} : \frac{2}{5} - \left(3 + \frac{1}{2}\right)\right] \cdot \frac{3}{11}}{\frac{14}{3} - \frac{13}{3} : \left(\frac{2}{5} - 3\right) + \frac{1}{2}} =$$

2. Clasifica los siguientes números en naturales, enteros, racionales e irracionales:

0 ; 4 ; -11; 0,31; $\sqrt{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{4}$; $\sqrt[3]{5}$; $\frac{24}{6}$; $\frac{-24}{4}$; $-\sqrt{3}$; $\sqrt{81}$; $\sqrt[3]{-8}$; 7,31̄; π ; $-\frac{5}{9}$

3. Calcula la fracción generatriz de los siguientes números decimales (utilizando el método de las ecuaciones):

a. 25,1 =

b. 0,5̄ =

c. 50,01̄ =

4. Calcula pasando previamente a fracción generatriz:

a. $0,6̄ : 0,05̄ + 0,25 =$

b. $1,25 - 1,16̄ + 1,1̄ =$

5. Simplifica las siguientes expresiones utilizando las propiedades de las potencias:

a.
$$\frac{2^7 \cdot 2^5 \cdot 2^3 \cdot 2^0}{2 \cdot 2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^6} =$$

b.
$$\frac{2^3 \cdot 2^4 \cdot 5^3 \cdot 5^{-1}}{2^{-1} \cdot 2^2 \cdot 5^{-2} \cdot 5^{-3}} =$$

c.
$$\frac{3^{-2} \cdot 7^2 \cdot 3 \cdot 7^{-4} \cdot 3^5}{7^3 \cdot 3^{-1} \cdot 7^{-5} \cdot 3^4} =$$

d.
$$\frac{2^2 \cdot (2^3 : 2^4)^{-5} : 2^{-3}}{2^3 \cdot (2^{-2})^{-3}} =$$

e.
$$\frac{2^3 \cdot 4^5 \cdot 2^6 \cdot 2 \cdot 8^{30}}{16 \cdot 2^3 \cdot 32 \cdot 2^4} =$$

f.
$$\frac{15^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 45^2}{25 \cdot 5^3 \cdot 125 \cdot 27} =$$

g.
$$\frac{15 \cdot 5^{-2} \cdot 5^3 \cdot 45^2}{(5^3)^2 \cdot 27 \cdot 3^{-2}} =$$

h.
$$\frac{4^3 \cdot (3^{-2})^{-3} \cdot 27^{-3} \cdot 32^2 \cdot (36^2)^{-2}}{8^2 \cdot (2^6)^2 \cdot (9^{-3})^5 \cdot 24^{-3} \cdot [(3^{-2})^2]^{-5}} =$$

6. Entre todos los amigos, aportando 6 € cada uno, íbamos a comprar un balón. Pero Iván y Jaime no pueden pagarlo, por lo que ahora tocamos a 10 €. ¿Cuántos amigos somos en la pandilla?

7. Expresa en forma de potencia:

a. $\sqrt[5]{x} =$

b. $(\sqrt[3]{x^2})^5 =$

c. $\sqrt[15]{a^6} =$

d. $\sqrt{\frac{a^{13}}{a^6}} =$

e. $\sqrt[n]{\sqrt[p]{a^k}} =$

f. $\sqrt[3]{\sqrt{x}} =$

8. Calcula:

a. $4^{\frac{1}{2}} =$

b. $125^{\frac{1}{3}} =$

c. $625^{\frac{1}{4}} =$

d. $8^{\frac{2}{3}} =$

e. $64^{\frac{5}{6}} =$

f. $8^{\frac{-2}{3}} =$

g. $27^{\frac{-1}{3}} =$

h. $9^{\frac{1}{2}} =$

9. Expresa en forma de raíz:

a. $x^{\frac{7}{9}} =$

b. $(m^5 \cdot n^5)^{\frac{1}{3}} =$

c. $a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} =$

d. $\left[(x^2)^{\frac{1}{3}} \right]^{\frac{1}{5}} =$

10. Expresa como potencia única:

a. $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3} =$

b. $2 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}} =$

c. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}} =$

d. $\frac{\sqrt[3]{a^8}}{a^2} =$

e. $\sqrt[3]{\frac{1}{a^2}} =$

f. $a\sqrt{\frac{1}{a}} =$

11. Simplifica los siguientes radicales:

a. $\sqrt[4]{3^2} =$

b. $\sqrt[8]{5^4} =$

c. $\sqrt[9]{27} =$

d. $\sqrt[5]{1024} =$

e. $\sqrt[6]{8} =$

f. $\sqrt[9]{364} =$

g. $\sqrt[8]{81} =$

h. $\sqrt[12]{x^9} =$

i. $\sqrt[12]{x^8} =$

j. $\sqrt[5]{x^{10}} =$

k. $\sqrt[6]{a^2 b^4} =$

l. $\sqrt[10]{a^4 b^6} =$

m. $\sqrt[6]{5^3} =$

n. $\sqrt[15]{2^{12}} =$

o. $\sqrt[10]{a^8} =$

p. $\sqrt[12]{x^4 y^8 z^4} =$

q. $\sqrt[8]{(x^2 y^2)^2} =$

12. Extrae factores de los siguientes radicales:

a. $\sqrt{8} =$

b. $\sqrt{18} =$

c. $\sqrt{98} =$

d. $\sqrt{32} =$

e. $\sqrt{60} =$

f. $\sqrt{72} =$

g. $\sqrt{128} =$

h. $\sqrt{162} =$

i. $\sqrt{32x^4} =$

j. $\sqrt{81a^3 b^5 c} =$

k. $\sqrt{108a^7} =$

l. $\sqrt{2^{45}} =$

m. $\sqrt{72} =$

n. $\sqrt[3]{3^4 \cdot 5^5} =$

o. $\sqrt[3]{5^{101}} =$

p. $\sqrt[5]{7^{23} \cdot a^{25}} =$

q. $\sqrt[3]{16x^6} =$

r. $\sqrt{\frac{28x^5}{75y^3}} =$

s. $(\sqrt{\sqrt{2}})^{10} =$

t. $\sqrt{\frac{8a^5}{b^4}} =$

u. $\sqrt[4]{\frac{25a^2 b}{c^6}} =$

v. $\sqrt{\frac{32a^3}{45b^4}} =$

13. Introduce dentro de la raíz y simplifica si es posible:

a. $2\sqrt{2} =$

b. $2\sqrt{3} =$

c. $2\sqrt{\frac{2}{3}} =$

d. $3\sqrt{\frac{2}{3}} =$

e. $3\sqrt[3]{3} =$

f. $3^2 \cdot \sqrt[3]{3} =$

g. $2\sqrt[3]{\frac{1}{4}} =$

h. $ab\sqrt{\frac{c}{ab^3}} =$

i. $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}} =$

j. $\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{9}{4}} =$

k. $\sqrt{x\sqrt{x}} =$

l. $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2}} =$

m. $\sqrt{2\sqrt{2}\sqrt{2}} =$

n. $\sqrt[3]{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} =$

o. $\sqrt{ab\sqrt{8ab\sqrt{4a^2b^2}}} =$

14. Reduce a índice común y ordena de menor a mayor:

a. $\sqrt{2}; \sqrt[3]{3}; \sqrt[4]{4}; \sqrt[5]{5}; \sqrt[6]{6}$

b. $\sqrt[3]{2^4}; \sqrt[4]{5^3}; \sqrt[6]{3^5}$

c. $\sqrt{5}; \sqrt[5]{2^3}; \sqrt[15]{7^2}$

d. $\sqrt{2}; \sqrt[3]{32}; \sqrt[5]{27}$

15. Multiplica y simplifica si es posible:

a. $\sqrt{2}\sqrt{32} =$

b. $\sqrt{2}\sqrt{15} =$

c. $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} =$

d. $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5} =$

e. $\sqrt{12}\sqrt{6}\sqrt{50} =$

f. $4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{27} =$

16. Multiplica reduciendo previamente al mismo índice:

a. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{32} =$

b. $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{8} =$

c. $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{3} =$

d. $\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^5} =$

e. $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{8} =$

f. $\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{a^3} =$

17. Divide reduciendo previamente al mismo índice:

a. $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} =$

b. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} =$

c. $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{9}} =$

d. $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} =$

e. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt[4]{2}} =$

f. $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3}} =$

g. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{32}} =$

h. $\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt[3]{ab}} =$

i. $\frac{\sqrt[4]{a^3b^5c}}{\sqrt{ab^3c^3}} =$

18. Simplifica las siguientes expresiones reduciendo al mismo índice:

a. $\frac{\sqrt[3]{4}\sqrt{3}}{\sqrt[6]{12}} =$

b. $\frac{\sqrt[8]{8}}{\sqrt[4]{4}\sqrt{2}} =$

c. $\frac{\sqrt[3]{5}\sqrt{125}}{\sqrt[4]{25}} =$

d. $\frac{\sqrt[3]{2}\sqrt{3}\sqrt[12]{2}}{\sqrt[12]{18}} =$

e. $\frac{\sqrt[6]{54} \cdot \sqrt[12]{27}}{\sqrt[12]{4} \cdot \sqrt[4]{12}} =$

f. $\frac{\sqrt[4]{abc^2} \cdot \sqrt[12]{a^3b^5c^2}}{\sqrt[6]{a^2b^2c}} =$

19. Sumar los siguientes radicales, reduciéndolos previamente a radicales semejantes:

a. $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32} =$

b. $\sqrt{5} + \sqrt{45} + \sqrt{180} - \sqrt{80} =$

c. $\sqrt{24} - 5\sqrt{6} + \sqrt{486} =$

d. $\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{16} =$

e. $2\sqrt{8} + 5\sqrt{72} - 7\sqrt{18} - \sqrt{50} =$

f. $3\sqrt{24} - \frac{1}{3}\sqrt{54} + \sqrt{150} =$

g. $\sqrt{20} - \frac{1}{5}\sqrt{5} + \sqrt{45} =$

20. Simplifica las siguientes expresiones:

a. $2\sqrt{108} + 5\sqrt{12} - 2\sqrt{18} - 3\sqrt{27} - \sqrt{2} =$

b. $\sqrt{5} + \sqrt{\frac{45}{4}} =$

c. $\sqrt{50a} - \sqrt{18a} =$

d. $\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{5\sqrt{3}}{3} =$

e. $\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{27}}{3} + \frac{5\sqrt{243}}{9} =$

f. $\frac{2}{3}\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - \frac{2}{3}\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{\frac{2}{27}} =$

21. Calcular, dando el resultado lo más simplificado posible:

a. $(2\sqrt{2})^2 =$

b. $(3\sqrt{5})^2 =$

c. $(1 + \sqrt{2})^2 =$

d. $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 =$

e. $(\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{2} - 1) =$

f. $(1 + \sqrt{2}) \cdot (1 - \sqrt{2}) =$

g. $(2\sqrt{5} + 2\sqrt{7})^2 =$

h. $(2\sqrt{3} - 5)^2 =$

i. $(5\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (5\sqrt{3} + \sqrt{2}) =$

j. $(2\sqrt{2} + 3) \cdot (3\sqrt{2} - 1) =$

k. $5\sqrt{2}(2\sqrt{2} - 1) =$

l. $-\sqrt{5}(2\sqrt{10} - \sqrt{5}) =$

m. $2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} =$

n. $2\sqrt{8} \cdot (-8\sqrt{2}) =$

o. $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 + (\sqrt{6} - \sqrt{5})^2 =$

p. $(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2}) =$

22. Racionaliza y simplifica si es posible:

a. $\frac{1}{\sqrt{5}} =$

b. $\frac{5}{2\sqrt{3}} =$

c. $\frac{5}{3\sqrt{5}} =$

d. $\frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{7}} =$

e. $\frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$

f. $\frac{15\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} =$

g. $\frac{\sqrt{3} + 3}{2\sqrt{3}} =$

h. $\frac{1}{\sqrt{3}} =$

i. $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{2}} =$

23. Racionaliza y simplifica si es posible:

a. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}} =$

b. $\frac{3}{\sqrt[5]{9}} =$

c. $\frac{8}{\sqrt[6]{8}} =$

d. $\frac{10}{\sqrt[3]{125}} =$

e. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[5]{9}} =$

f. $\frac{5\sqrt{15}}{\sqrt[3]{15}} =$

g. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} =$

h. $\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt[5]{3^3}} =$

24. Racionaliza y simplifica si es posible:

a. $\frac{2}{1 + \sqrt{2}} =$

b. $\frac{14}{3 - \sqrt{2}} =$

c. $\frac{23}{5 - \sqrt{2}} =$

d. $\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} =$

e. $\frac{11}{2\sqrt{5} + 3} =$

f. $\frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{3} - 2\sqrt{2}} =$

g. $\frac{10}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}} =$

h. $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + 3} =$

i. $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} =$

25. Racionaliza y simplifica:

a. $\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{6 + \sqrt{6}} =$

d. $\frac{5}{\sqrt[4]{3}} =$

g. $\frac{a}{2\sqrt{a}} =$

b. $\frac{2\sqrt{5} + 1}{2\sqrt{3}} =$

e. $\frac{7}{7 - \sqrt{7}} =$

h. $\frac{4\sqrt{7}}{2\sqrt[3]{7^2}} =$

c. $\frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2} =$

f. $\frac{2 - \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} =$

i. $\frac{\sqrt{2} + 1}{3\sqrt{2} - 2} =$

26. Realiza las siguientes operaciones racionalizando previamente:

a. $\sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}} =$

e. $\frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} =$

b. $\frac{2\sqrt{3} - 3}{2\sqrt{3} + 3} + \frac{12}{\sqrt{3}} =$

f. $\frac{1}{1 - \sqrt{2}} - \frac{3 + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 4} =$

c. $\frac{17 - 9\sqrt{3}}{3\sqrt{3} - 5} - \frac{9}{\sqrt{3}} =$

g. $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3} - 2} - \frac{5}{\sqrt{3} + 3} + \frac{2}{\sqrt{3}} =$

d. $\left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}\right) \cdot (3 + 2\sqrt{2}) =$

h. $\frac{\sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}} - \frac{1}{2\sqrt{5}} =$

27. Los lados iguales de un triángulo isósceles miden el doble que la base, cuya longitud es $\sqrt{3}$ m. Calcula el perímetro del triángulo, su altura y su área. Expresa el resultado con radicales.

28. En un cubo cuya arista mide $\sqrt{3}$ cm, halla expresando los resultados en forma radical:

- a. La diagonal de una cara.
- b. La diagonal del cubo.
- c. El volumen del cubo.

29. Dado un hexágono regular de $\sqrt{5}$ cm de lado, calcula expresando los resultados en forma radical:

- a. El perímetro del hexágono.
- b. El área del hexágono.
- c. La superficie de la circunferencia inscrita en el hexágono.
- d. La superficie de la circunferencia circunscrita en el hexágono.

30. Calcula la superficie y el volumen de un depósito con forma de prisma rectangular de dimensiones 7 m, $\sqrt{10}$ m y $\sqrt{40}$ m.

31. Sobre la diagonal de un cuadrado de lado 1 cm, se construye otro cuadrado y así sucesivamente. Calcula el perímetro y la superficie de los cinco primeros cuadrados.