

BOLETÍN 2. POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

1. Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios para el valor indicado:

a. $p(x) = x^2 + 1$, para $x=1$.

c. $p(x) = -x^2 - 2x + 3$, para $x=-2$.

b. $p(x) = 2x^3 - x^2 + 3x - 1$, para $x=-1$.

d. $p(x) = -x^3 + x^2 + 1$, para $x=3$.

2. Calcula el valor de k para el valor numérico indicado:

a. $p(x) = 2x^2 - 6x - k$, siendo $p(1) = 7$.

b. $p(x) = -2x^4 - 6x^3 + 5x - k$, siendo $p(-2) = 35$.

c. $p(x) = x^2 + kx - 1$, siendo $p(-1) = 2$.

3. Extraer el máximo factor común posible:

a. $4x^2 - 6x + 2x^3 =$

c. $-3xy - 2xy^2 - 10x^2yz =$

b. $12x^4y^2 + 6x^2y^4 - 15x^3y =$

d. $-3x + 6x^2 + 12x^3 =$

4. Desarrolla las siguientes identidades notables:

a. $(2x - 5)^2 =$

e. $\left(2a - \frac{3}{2}\right)^2 =$

b. $(5x + 4)^2 =$

f. $\left(a + \frac{x}{2}\right)\left(a - \frac{x}{2}\right) =$

c. $(2x - 5)(2x + 5) =$

g. $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3}\right)^2 =$

d. $\left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2 =$

5. Busca la identidad notable que se obtiene de las siguientes expresiones:

a. $x^4 + 4x^2 + 4 =$

d. $4b^2 - 25 =$

b. $x^4 - 16 =$

e. $25c^3 + 40c^2 + 16c =$

c. $9x^2 - 6x^3 + x^4 =$

f. $45s^2 - 120s + 80 =$

6. Simplifica las siguientes expresiones:

a. $(x+1)^2 + 2(x+2)(x-2) =$

c. $(2-t)(2+t) - 3t(t-5) - (2t^2 + t)^2 =$

b. $(3a-1)^2 - (2a-5)(2a+5) =$

d. $(v-3)(2v-1) - 3v(5+v) + 2 - v(v^2 - 5) =$

7. Realiza las siguientes divisiones:

a. $(x^4 - x^3 + 7x^2 + x + 15) : (x^2 + 2) =$

b. $(6x^4 - 10x^3 + x^2 + 11x - 6) : (2x^2 - 4x + 3) =$

c. $(2x^4 + x^3 - 2x^2 - 1) : (x + 2) =$

d. $(2x^3 + 3x^2 - 1) : \left(x - \frac{1}{2}\right) =$

TEOREMA DEL RESTO: "El resto de la división de $p(x)$ por $x-a$ coincide con el valor numérico $p(a)$. El teorema del resto permite predecir, sin necesidad de realizar la división, si se trata de una división exacta.

8. Averiguar, sin efectuar la división, el resto de las siguientes divisiones:

a. $(2x^4 + x^3 - 2x^2 - 1) : (x + 2) =$

c. $(x^6 - x^5 + 2) : (x - 1) =$

b. $(x^3 - x^2 + x - 1) : (x + 1) =$

d. $(-x^{10} - 1) : (x + 1) =$

9. Calcula el valor de k para que las siguientes divisiones sean exactas:

a. $(2x^3 - 10x^2 + kx + 25) : (x - 5) =$

b. $(kx^2 - 3x - 744) : (x - 8) =$

c. $(x^5 - 4x^3 + kx^2 - 10) : (x + 1) =$

d. $(x^3 - 5x^2 + k) : (x - 1) =$

10. Aplicando el teorema del resto, calcula el valor de a para que el resto de la división $(-x^5 + 3x^4 + ax^3 + 9x^2 + 2x - 7) : (x - 3)$ sea -1.

11. Calcula el valor de a para que el resto de la división $(2x^2 - ax + 5) : (x + 1)$ sea 5.

Se dice que a es una raíz del polinomio p(x) si p(a)=0

TEOREMA DEL FACTOR: p(x) es divisible por x-a si cumple que p(a)=0

12. Utilizando el teorema del factor busca las raíces de los siguientes polinomios:

a. $p(x) = x^3 - 7x - 6$

b. $q(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$

13. Descompón en factores:

a. $x^2 + 25 - 10x =$

b. $2x^3 - 4x^2 + 2x =$

c. $3x^2 - 9x + 6 =$

d. $2x - 6 =$

e. $x^2 + x =$

f. $x^2 - x =$

g. $9x^2 - 4 =$

h. $x^2 - x + 6 =$

i. $5x^2 - 5 =$

14. Factoriza los siguientes polinomios:

a. $p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$

b. $q(x) = x^4 - 8x^3 + 17x^2 + 2x - 24$

c. $r(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$

d. $s(x) = 6x^4 + x^3 - 25x^2 - 4x + 4$

15. Descompón en factores y di cuáles son sus raíces:

a. $x^4 - x^2 =$

b. $x^3 + 3x^2 + 4x + 12 =$

c. $2x^3 - 3x^2 =$

d. $x^3 - x^2 - 12x =$

e. $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 =$

f. $t^4 - 4t^3 + 4t^2 - 4t + 3 =$

16. Factoriza los siguientes polinomios:

a. $v(t) = 6t^4 + 11t^3 - 28t^2 - 15t + 18$

b. $s(t) = s^3 - 3s^2 + 3s - 1$

c. $p(a) = a^4 - a^3 - 13a^2 + 25a - 12$

d. $q(x) = 12x^4 - 25x^3 + 25x - 12$

e. $r(x) = 3x^4 - 9x^3 - 6x^2 + 36x - 24$

f. $A(z) = z^3 - z - 6$

17. Calcula el MCD y el mcm de los siguientes polinomios:

a. $p(x) = x^2 - 9; q(x) = x^2 - 6x + 9; r(x) = x^2 - 3x$

b. $p(x) = x^3 - 7x^2 + 12x; q(x) = x^4 - 3x^3 - 4x^2$

c. $p(x) = x; q(x) = x^2 - 1; r(x) = x + 1$

d. $p(x) = x^2 + x - 2; q(x) = x + 2; r(x) = 3x + 6$

18. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas, factorizando previamente:

| | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|--|
| a. $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} =$ | c. $\frac{2x + 4}{2x - 4} =$ | e. $\frac{x^2 + 2ax + a^2}{mx + ma} =$ |
| b. $\frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x} =$ | d. $\frac{2x^2 - 2}{3x^2 + 6x + 3} =$ | f. $\frac{a^2 - y^2}{a^2 + ay} =$ |

19. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas, si es posible:

| | |
|--|--|
| a. $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 2} =$ | d. $\frac{x^3 - x^2 - 10x - 8}{x^2 + 3x - 4} =$ |
| b. $\frac{t^2 + t - 2}{t^2 + 3t + 2} =$ | e. $\frac{4x^3 - 2x^2 - 4x + 2}{2x^3 - 5x^2 + 4x - 1} =$ |
| c. $\frac{a^3 - 6a^2 + 11a - 6}{a^3 - 2a^2 - a + 2} =$ | f. $\frac{2f^3 - f^2 - 8f + 4}{f^3 + 8} =$ |

20. Efectúa las siguientes sumas y restas, reduciendo al mcm.

| | |
|---|---|
| a. $\frac{x-2}{x^2} + \frac{x+2}{x^2-x} - \frac{1}{x^2-1} =$ | e. $\frac{x+1}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{x-2}{x^2-1} =$ |
| b. $\frac{x}{x-3} - \frac{x+1}{x^2-9} + \frac{2}{x^2-6x+9} =$ | f. $\frac{x^2}{x^2-2x+1} + \frac{2x+3}{x-1} - 3 =$ |
| c. $\frac{2x}{x^2+x-2} - \frac{5}{x+2} - \frac{x-4}{3x+6} =$ | g. $\frac{2x-3}{x^2-9} - \frac{x+1}{x-3} - \frac{x+2}{x+3} =$ |
| d. $\frac{x+2}{2x+1} - \frac{2}{4x^2-1} + \frac{x+1}{2x} =$ | h. $\frac{3}{2x-4} + \frac{1}{x+2} - \frac{x+10}{2x^2-8} =$ |

21. Realiza las siguientes multiplicaciones y divisiones factorizando y simplificando:

| | |
|--|---|
| a. $\frac{3x-1}{x^2-9} \cdot \frac{x+3}{2x} =$ | d. $\frac{x^2+6x+5}{x^2-5x+4} \cdot \frac{x-2}{x^2-4} =$ |
| b. $\frac{x+1}{x+2} : \frac{x+1}{x+3} =$ | $\frac{x^2-1}{x^2-1} \cdot \frac{2x^2-8x-10}{2x^2-8x-10} =$ |
| c. $\frac{3x+1}{x^2-4} : \frac{x}{x^2-4x+4} =$ | e. $\frac{x^2+2x+1}{2x+2} : \frac{x-1}{x+1} =$ |
| | $\frac{x^2+x-2}{x^2+x-2} : \frac{x^3-4x^2-7x+10}{x^3-4x^2-7x+10} =$ |

22. Realiza las siguientes operaciones combinadas de fracciones algebraicas:

| | |
|---|---|
| a. $\left(\frac{3}{x} - \frac{x}{3}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3}\right) =$ | e. $\frac{t+1}{(t-1)^2} \cdot \frac{t^2-1}{t} =$ |
| b. $\left(\frac{4}{x} - x\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2}\right) =$ | f. $\left(1 - \frac{s-1}{s}\right) \cdot \frac{s^2}{s+3} - 1 =$ |
| c. $\left(\frac{a+1}{a-1} - \frac{a}{a+1}\right) \cdot \left(a - \frac{1}{a}\right) =$ | g. $\left(1 - \frac{1}{y}\right) \cdot \left(\frac{2y}{y^2-1} - \frac{1}{y+1}\right) =$ |
| d. $\left[\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{x+1}\right) : \left(x - \frac{1}{x+1}\right)\right] \cdot x =$ | h. $\left(\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1}\right) : \frac{x+5}{x-5} =$ |