

1. Utilizando la definición de logaritmo, calcula los siguientes logaritmos:  $\log_b a = x \Leftrightarrow b^x = a$

a.  $\log_3 9 =$

f.  $\log 1000 =$

k.  $\log_3 \sqrt{27} =$

b.  $\log_3 81 =$

g.  $\log_4 2 =$

l.  $\log_4 1 =$

c.  $\log_3 \frac{1}{9} =$

h.  $\log_4 64 =$

m.  $\log_3 0 =$

d.  $\log_2 \sqrt{2} =$

i.  $\log 0,01 =$

n.  $\log_2 -4 =$

e.  $\log_2 \sqrt{8} =$

j.  $\log_4 \frac{1}{16} =$

o.  $\log 100 =$

2. Utilizando la definición de logaritmo, hallar el valor de x en cada una de las igualdades siguientes:

a.  $\log_2 8 = x$

e.  $\log_x 64 = 1$

j.  $\log_x 125 = -3$

b.  $\log_2 \frac{1}{8} = x$

f.  $\ln x = 2$

k.  $\log_{1/100} 100 = x$

c.  $\log_3 x = -2$

g.  $\log_x 0,01 = 2$

l.  $\log_x 8 = 3$

d.  $\log_x 49 = 2$

h.  $\log_{1/36} x = 2$

m.  $\log 100 = x$

i.  $\log_x 2 = 0$

Propiedades de los logaritmos:

$$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$$

$$\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$$

$$\log a^b = b \cdot \log a$$

3. Aplicando las propiedades anteriores y sin usar la calculadora, calcular:

a.  $\log_6 \frac{1}{36} =$

f.  $\log_2 64 =$

b.  $\log_3 \sqrt[4]{27} =$

g.  $\log_3 \frac{3}{\sqrt[5]{81}} =$

c.  $\log_3 \frac{\sqrt{243}}{3} =$

h.  $\log \frac{\sqrt{10}}{0,1} =$

d.  $\log_4 \frac{1}{\sqrt[5]{64}} =$

e.  $\log_8 \sqrt{32} =$

4. Utilizando las propiedades, desarrolla las siguientes expresiones logarítmicas:

a.  $\log(2x)^3 =$

d.  $\log \sqrt{mn} =$

b.  $\log \left( \frac{2x}{y} \right)^2 =$

e.  $\log(ax^2) =$

c.  $\log \frac{mnp}{qr} =$

f.  $\log \sqrt{\frac{a^2 b^3 c^5}{mp}} =$

5. Suponiendo que  $\log 2 = 0,3$  y utilizando las propiedades, calcula los siguientes logaritmos (sin utilizar la calculadora):

a.  $\log 16 =$

f.  $\log \sqrt[3]{16} =$

b.  $\log 5 =$

g.  $\log 0,32 =$

c.  $\log 0,25 =$

h.  $\log 128 =$

d.  $\log 250 =$

e.  $\log 0,08 =$

6. Suponiendo que  $\log 2 = 0,4$  y  $\log 3 = 0,5$ , calcula utilizando las propiedades (sin calculadora):

a.  $\log 6 =$

b.  $\log 12 =$

c.  $\log 72 =$

d.  $\log 25 =$

e.  $\log 24 =$

f.  $\log \frac{4}{3} =$

g.  $\log \frac{9}{4} =$

h.  $\log \sqrt[3]{6} =$

i.  $\log 90 =$

j.  $\log 0,27 =$

k.  $\log 1,2 =$

l.  $\log \sqrt{3,6} =$

7. Aplica el cambio de base para calcular los siguientes logaritmos utilizando la calculadora:

a.  $\log_2 5 =$

b.  $\log_2 14 =$

c.  $\log_{1/2} 12 =$

d.  $\log_5 10 =$

e.  $\log_3 10 =$

f.  $\log_7 5 =$

g.  $\log_5 40 =$

h.  $\log_{20} 6 =$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a.  $2^x = 8$

b.  $3^{x-1} = 81$

c.  $3^{2x+5} = 3^7$

d.  $2^{2x-3} = 8^{x+1}$

e.  $5^{x^2-5x+6} = 1$

f.  $2^{x+1} = 4^{2x-4}$

g.  $e^{4x-x^2} = e^3$

h.  $3^{2x-4} = 729$

i.  $4^{2x} = \sqrt[3]{128}$

j.  $3^{x^2-5} = 81$

k.  $2^{x+1} = \sqrt[3]{4}$

l.  $2^{2x-3} = 1/8$

m.  $2^{x+1} = 0,5^{3x-2}$

n.  $5^x = 42$

o.  $1,5^x = 318$

p.  $4^{x-1} = 186,4$

9. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a.  $3^{x-1} + 3^{x+1} - 3^x = 63$

b.  $2 \cdot 3^x - 3^{2x} + 3 = 0$

c.  $3^{x+2} + 9^{x+1} = 810$

d.  $2^x - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$

e.  $3^x + 3^{x+2} = 30$

f.  $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$

g.  $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

h.  $2^{x-1} + 4^{x-3} = 5$

i.  $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$

j.  $3^x + 3^{1-x} = 4$

k.  $11 \cdot 3^x - 9^x = 18$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a.  $2 \log x - \log(x+6) = 3 \log 2$

b.  $\log(x^2+1) - \log(x^2-1) = \log \frac{13}{12}$

c.  $\ln(x-3) + \ln(x+1) = \ln 3 + \ln(x-1)$

d.  $\log(x+3) - \log(x-6) = 1$

e.  $\log(x+9) = 2 + \log x$

f.  $\log \sqrt{3x+5} + \log \sqrt{x} = 1$

g.  $\log(x^2 - 7x + 110) = 2$

h.  $\log(x^2 + 3x + 36) = 1 + \log(x+3)$

i.  $4 \log x - 2 \log(x-1) = 2 \log 4$

j.  $2 \log(2x+6) - 1 = 2 \log(x-1)$

k.  $\log_2(x+3) = -1$

l.  $\log_9(x+1) - \log_9(1-x) = \log_9(2x+3)$

m.  $\log x = \frac{1}{2} \log(x+2)$

11. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a. 
$$\left. \begin{aligned} 5^x + 2^y &= 33 \\ 5^{x-1} - 2^{y-1} &= 1 \end{aligned} \right\}$$

b. 
$$\left. \begin{aligned} 3^{x+y} &= 3 \\ 3^{x-2y} &= 81 \end{aligned} \right\}$$

c. 
$$\left. \begin{aligned} 2^{x+1} - 2^{y-2} &= 1 \\ 2^x + 2^y &= 5 \end{aligned} \right\}$$

d. 
$$\left. \begin{aligned} 2^x + 2^y &= 24 \\ 2^x \cdot 2^y &= 128 \end{aligned} \right\}$$

12. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a. 
$$\left. \begin{array}{l} \log x + \log y = 1 \\ \log x - 2\log y = -5 \end{array} \right\}$$

b. 
$$\left. \begin{array}{l} \log x + 3\log y = 5 \\ \log \frac{x}{y} = 3 \end{array} \right\}$$

c. 
$$\left. \begin{array}{l} x - y = 9 \\ \log x - \log y = 1 \end{array} \right\}$$

d. 
$$\left. \begin{array}{l} \log(2x - 4) + \log y = 2 \\ 4x - y = -9 \end{array} \right\}$$

e. 
$$\left. \begin{array}{l} 2\log x + \log y = 5 \\ \log(xy) = 4 \end{array} \right\}$$

f. 
$$\left. \begin{array}{l} \log x + \log y = 2 \\ x - 6y = 1 \end{array} \right\}$$

g. 
$$\left. \begin{array}{l} 5^{x \cdot y} = 1 \\ \log_8(x^2 \cdot y) = 1 \end{array} \right\}$$

13. ¿Durante cuánto tiempo hay que mantener 1.000.000 € en un banco, a un interés compuesto del 6,1% anual, si queremos duplicar el capital?
14. ¿A qué interés compuesto se ha colocado un capital de 3750 € si al cabo de 5 años se ha convertido en 5018,35 €?
15. Una población sufre una fuerte emigración y en 10 años se ve reducida a la cuarta parte. Su crecimiento es exponencial, del tipo:  $P = P_0 \cdot e^{-kt}$  donde k es la tasa de decrecimiento, y t, el tiempo medido en años. Calcula k.
16. La magnitud, M, de un terremoto según la escala de Ritcher y la energía, E, liberada en él, están relacionadas por la expresión:
- $$M = \frac{2}{3} \cdot \log\left(\frac{E}{E_0}\right)$$
- donde  $E_0$  es una constante que vale  $2,5 \cdot 10^4$  julios. ¿Qué energía liberó el terremoto de San Francisco de 1906, cuya magnitud fue de 8,25 en la escala de Ritcher?
17. Para determinar la edad de una roca, la ciencia ha desarrollado una técnica basada en la concentración de cierto material radiactivo en su interior. Cuanto más joven es la roca, mayor concentración de material radiactivo se encuentra en ella. La ecuación que relaciona la concentración del material con la edad de la roca es:  $C = 3^{-t} \cdot k$  donde C representa la concentración del material radiactivo encontrada en la roca, t la edad de la roca (medida en cientos de años) y k la concentración del elemento en el momento de formarse la roca. Suponiendo que  $k = 4500$ , ¿qué edad tendrá una roca que tiene una concentración de 1500 del material radiactivo?
18. En unos laboratorios se ha comprobado que el número de células de una muestra se quintuplica cada minuto transcurrido. Si inicialmente había dos células, ¿cuántos minutos deben transcurrir para que el número de células sea de 19.531.250?
19. Una muestra radiactiva se va desintegrando de modo que, cada cinco años, su masa se reduce a la mitad. Si se tienen 800 g de dicha sustancia radiactiva, ¿en cuánto tiempo se reducirá su masa a 50 g?
20. En una zona del país existen dos poblaciones, A y B, con 200.000 y 250.000 habitantes respectivamente. La población A crece a un ritmo de 3.5% anual y la B a 3% anual. ¿En cuánto tiempo la población A llegaría a ser igual a la población B, si se mantienen constantes los ritmos de crecimiento? Resp. 46 años