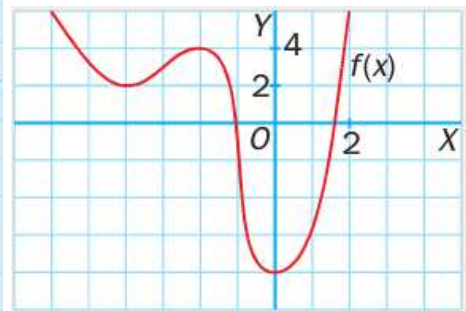
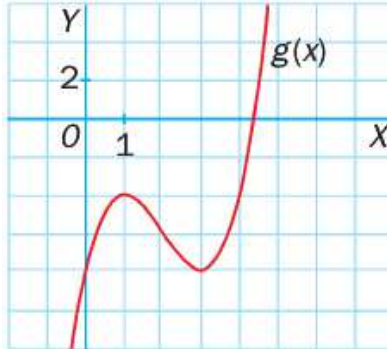
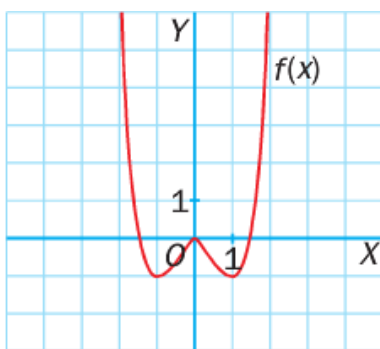
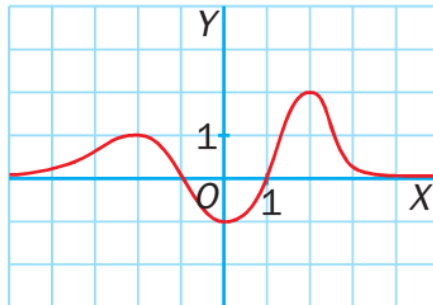
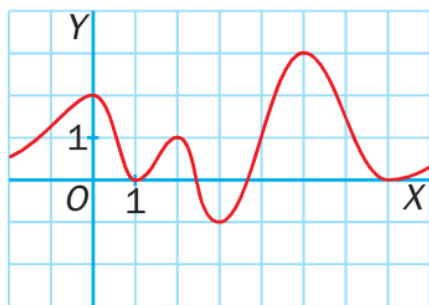


PROPIEDADES DE LAS GRÁFICAS DE FUNCIONES:

- | | |
|--|--|
| I. DOMINIO Y RECORRIDO | VI. PUNTOS DE INFLEXIÓN |
| II. PUNTOS DE CORTE (EJE OX Y EJE OY) | VII. SIMETRÍA (PAR O IMPAR) |
| III. MONOTONÍA (CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO) | VIII. PERIODICIDAD |
| IV. EXTREMOS RELATIVOS (MÁXIMOS Y MÍNIMOS) | IX. ACOTACIÓN (ACOTADA SUPERIORMENTE, INFERIORMENTE O ACOTADA) |
| V. CURVATURA (CÓNCAVA Y CONVEXA) | X. CONTINUIDAD |
| | XI. ASÍNTOTAS (HORIZONTALES Y VERTICALES) |

1. Estudia las propiedades de las siguientes gráficas:



2. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a. $y = \frac{1}{x^2 + 2x - 8}$

b. $y = \sqrt{x-5}$

c. $y = x^2 - 5x + 6$

d. $y = 2x - 3$

e. $y = \log(x^2 - 1)$

f. $y = \frac{x-1}{5x-15}$

g. $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$

h. $y = \sqrt{x^3 - 9x}$

i. $y = \log(2x-5)$

j. $y = \sqrt{x^2 + 1}$

k. $y = \text{sen}(x+1)$

l. $y = \frac{2x - x^3}{4x^2 + 6}$

m. $y = \frac{2}{\sqrt{x-7}}$

3. Calcula, analíticamente, los puntos de corte con los ejes de coordenadas:

a. $y = 2x - 6$

b. $y = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$

c. $y = x^2 + 2x - 3$

d. $y = \sqrt{2x + 4}$

4. Dadas las funciones $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2 - 1$ y $h(x) = \sqrt{x + 1}$, calcula:

- | | |
|---------------------------------|-----------------------------|
| a. $f(x) + g(x) =$ | g. $g(x) \circ h(x) =$ |
| b. $f(x) \cdot g(x) =$ | h. $h(x) \circ g(x) =$ |
| c. $3f(x) - 2h(x) =$ | i. $f^{-1}(x) =$ |
| d. $\frac{f(x) + g(x)}{h(x)} =$ | j. $g^{-1}(x) =$ |
| e. $f(x) \circ g(x) =$ | k. $h^{-1}(x) =$ |
| f. $g(x) \circ f(x) =$ | l. $f(x) \circ f^{-1}(x) =$ |

5. Calcula el recorrido de las siguientes funciones calculando previamente la función inversa:

- | | |
|--------------------------|---------------------------------|
| a. $f(x) = x - 1$ | d. $i(x) = \frac{x - 1}{x + 2}$ |
| b. $g(x) = x^2 - 4$ | e. $j(x) = \frac{2x + 1}{3}$ |
| c. $h(x) = \sqrt{x - 1}$ | |

6. Dadas las funciones $f(x) = 5x^2 + 3$ y $g(x) = x + 7$ calcula $f \circ g$ y $g \circ f$.

7. Dadas las funciones $f(x) = \frac{1}{x - 1}$ y $g(x) = \frac{x + 1}{x}$ calcula $f \circ g$ y $g \circ f$.

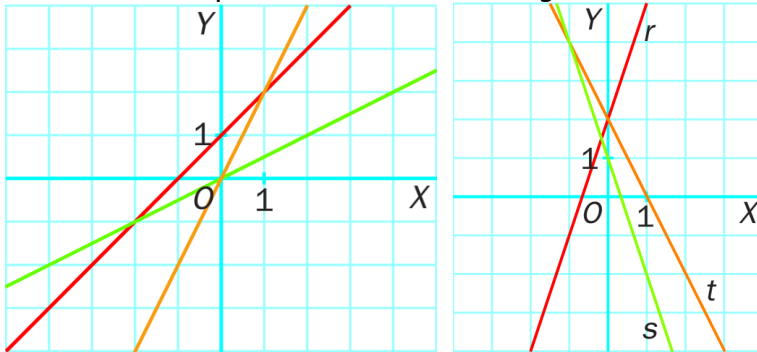
8. Dadas las funciones $f(x) = x^2 - 1$ y $g(x) = \frac{1}{x}$ calcula $(f \circ g)(-2)$ y $(g \circ f)(0)$.

9. Representa las siguientes funciones lineales:

- | | |
|-----------------|----------------------------|
| a. $y = 3x - 5$ | c. $y = \frac{4x - 20}{5}$ |
| b. $y = -2,5x$ | d. $x - 2y + 4 = 0$ |

10. Calcula la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(2,-1) y B(-1,3).

11. Calcula la expresión analítica de las siguientes rectas:



12. Escribe la ecuación de las siguientes rectas:

- Su pendiente es $-2/3$ y pasa por el punto P(-1,2)
- Su pendiente es 5 y su ordenada en el origen es -4.
- Es paralela a $2x - y + 4 = 0$ y pasa por el punto P(-3,2).
- Es perpendicular a la recta $y = -2x + 3$ y pasa por (0,1).

13. Un fontanero cobra 18 € por el desplazamiento y 15 € por cada hora de trabajo.

- Obtén la fórmula que relaciona las horas trabajadas con el precio.
- Representa la función utilizando una tabla de valores.
- Si ha cobrado por una reparación 70,50 €, ¿cuánto tiempo ha invertido en la reparación?

MATEMÁTICAS 4º ESO. COLEXIO ABRENTE.

14. En una copistería cobran 5 céntimos por cada fotocopia. También ofrecen un servicio de multicopista por el que cobra 50 céntimos por el cliché y 1,50 céntimos por cada copia de un mismo ejemplar.

- a. Obtén la expresión analítica de cada función.
- b. Representa las dos funciones en la misma gráfica.
- c. ¿A partir de cuántas fotocopias es más rentable la multicopista?

15. Representa las siguientes parábolas, calculando previamente el vértice y tabla de valores:

- a. $y = x^2 - 2x + 3$
- b. $y = -x^2 + 6x - 5$
- c. $y = 1/4x^2 + x - 2$
- d. $y = -2x^2 + 10x - 8$

16. Representa las siguientes funciones, calculando previamente su dominio y una tabla de valores:

x	-10	-5	-2	-0,5	-0,1	0	0,1	0,5	1	2	5	10
y												

a. $y = \frac{2}{x}$

x	-8	0	1	1,5	1,9	2	2,1	2,5	3	5	7	12
y												

b. $y = \frac{1}{x-2}$

c. $y = \frac{-5}{x+1}$

d. $y = \frac{2}{x-2} + 3$

17. Representa las siguientes funciones calculando previamente el dominio de definición:

x	0	1	2	4	9
y					

x	-2	-1	0	2	7
y					

a. $y = \sqrt{x}$

b. $y = -\sqrt{x}$

c. $y = \sqrt{x+2}$

d. $y = 3\sqrt{x-1}$

18. Representa las siguientes funciones exponenciales:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

a. $y = 2^x$

b. $y = -3^x$

c. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

d. $y = 10^x$

19. Representa las siguientes funciones logarítmicas:

x	0,1	0,5	1	2	4	8	16
y							

a. $y = \log x$

b. $y = \log_2 x$

c. $y = \log(x+2)$

d. $y = \log_{0,5} x$

20. Representa las siguientes funciones trigonométricas:

x	0	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	215°	270°	315°	360°
y													

a. $y = \sin x$

b. $y = \cos x$

c. $y = \text{sen}(x+90)$

d. $y = 2 \cos x$

21. Los gastos de una empresa por la fabricación de x ordenadores son $G(x) = 20000 + 250x$ euros, y los ingresos que se obtienen por las ventas son $I(x) = 600x - 0,1x^2$ euros. ¿Cuántos ordenadores deben fabricarse para que el beneficio sea máximo?

22. El coste de producción, en euros, de una fábrica de DVDs viene dado por la expresión

$$C(x) = \frac{1}{2}x^2 + 25x - 15, \text{ donde } x \text{ es el número de DVDs fabricados. Si el precio de venta por}$$

unidad es $P(x) = 75 - \frac{x}{2}$ euros, halla:

- a. La función que da el beneficio obtenido con la venta de x DVDs.
- b. El número de DVDs para obtener el beneficio máximo.

23. Representar las siguientes funciones a trozos:

$$\text{a. } f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < -1 \\ x+2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{b. } g(x) = \begin{cases} 4 & \text{si } x < -2 \\ -x^2 & \text{si } -2 \leq x < 4 \\ 2x-3 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

$$\text{c. } h(x) = \begin{cases} 4-x^2 & \text{si } x < 2 \\ 6x-15 & \text{si } 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

$$\text{d. } i(x) = \begin{cases} 3-x & \text{si } x < -4 \\ 2x+1 & \text{si } -4 \leq x < 2 \\ 5 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

24. Representa las siguientes funciones a trozos:

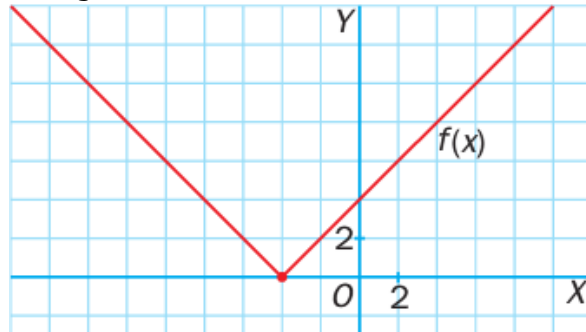
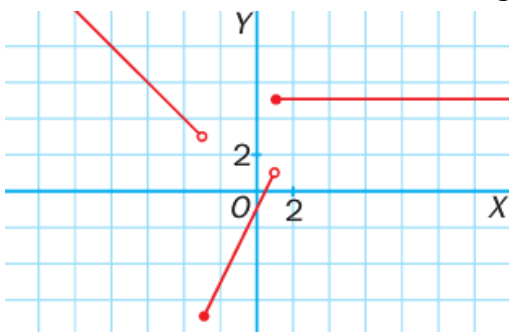
$$\text{a. } f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{si } x \in (-\infty, 1] \\ \frac{1}{x-1} & \text{si } x \in (1, \infty) \end{cases}$$

$$\text{b. } g(x) = \begin{cases} 3x-2 & \text{si } x < 0 \\ -2 & \text{si } x = 0 \\ \frac{4}{x-2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{c. } h(x) = \begin{cases} \frac{5}{x-5} & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } 0 < x < 3 \\ x-4 & \text{si } 3 \leq x < 6 \\ 0 & \text{si } x \geq 6 \end{cases}$$

$$\text{d. } i(x) = \begin{cases} x^2 + 8x + 7 & \text{si } x < -3 \\ x-5 & \text{si } -3 \leq x < 2 \\ \sqrt{x-2} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

25. Obtén la función analítica de las siguientes gráficas:



26. Resuelve los siguientes sistemas gráfica y analíticamente:

a.
$$\begin{cases} y = x^2 - 6x + 5 \\ y = x - 5 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} y = \frac{2}{x-1} \\ y = 2x - 2 \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} y = \sqrt{x+1} \\ y = x - 5 \end{cases}$$

d.
$$\begin{cases} y = x^2 - 2x + 1 \\ y = -2x + 2 \end{cases}$$

e.
$$\begin{cases} y = \frac{1}{x-1} \\ y = -x + 1 \end{cases}$$

f.
$$\begin{cases} y = 2x^2 - 8x - 3 \\ y = x^2 - 2x - 3 \end{cases}$$

27. Una furgoneta que costó 20000 € se deprecia a un ritmo de un 12% anual. ¿Cuál será su precio dentro de 4 años? Halla la función que da el precio del vehículo en función de los años transcurridos y calcula el tiempo que tardará en reducirse a la mitad.

28. Tenemos 200 kg de naranjas que hoy se venderían a 0,40 €/kg. Cada día que pasa se estropea 1 kg y el precio aumenta 0,01 €/kg. ¿Cuándo hemos de vender las naranjas para obtener el beneficio máximo? ¿Cuál será ese beneficio?

REPASO:

29. Resuelve las siguientes ecuaciones y sistemas:

a) $\log(x+2) - \log x = 1 - 3\log 2$ b) $\log(x-1) + \log(x+1) = 3\log 2 + \log(x-2)$

30. Calcula el valor de x y razona el resultado:

$$\begin{array}{ll} \log_5 x = 3 & \log_x 8 = \frac{1}{2} \\ \log_4 x = -3 & \log_{25} 5 = x \end{array}$$

31. Resuelve las siguientes inecuaciones y sistemas.

a.
$$\left. \begin{array}{l} 9x - 2 > x + \frac{1}{2} \\ 1 - \frac{x-2}{5} \leq 2x - \frac{3}{5} \end{array} \right\}$$

b.
$$\frac{x^2 + 5x + 6}{2x - 6} \geq 0$$

c.
$$x^2 - 7x + 12 < 0$$

32. ¿En cuántos años 23.000 € depositados al 5% de interés compuesto se convertirán en 31.625 €?

33. Un dicho hindú dice que para que una relación sentimental sea satisfactoria la edad de ella no debe sobrepasar la mitad más siete años de la edad de él. Una pareja quiere saber cuál es el período más favorable para formalizar su relación. Si sabemos que él tiene 8 años más que ella, ¿cuál es el período más favorable para formalizar la relación? Resuelve el problema utilizando una inecuación.

34. Se han comprado por 37 € unas zapatillas de deporte y un balón que costaban 50 €. Si en las zapatillas nos han rebajado el 20%, y en el balón, el 30%, ¿cuál era el precio inicial de cada producto?

35. La altura de un triángulo isósceles es de 3 centímetros. Halla las dimensiones del triángulo, sabiendo que el lado desigual es 3 centímetros mayor que los otros lados.