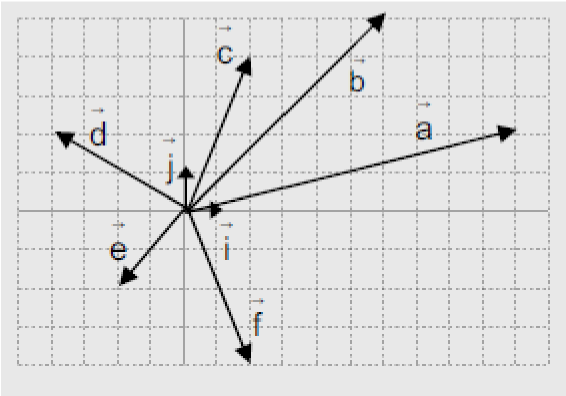
BOLETÍN 7. GEOMETRÍA ANALÍTICA

1. Representa los siguientes vectores en el plano: $\vec{v}=(3,1)$, $\vec{w}=(-1,5)$, $\vec{a}=(-3,-1)$, $\vec{b}=(0,-5)$
2. Calcula las coordenadas de los siguientes vectores:



3. Representa los vectores $\vec{AB}$ y $\vec{CD}$, siendo A(1,1), B(-2,7), C(6,0), D(3,6) y observa que son iguales. Calcula los módulos de $\vec{AB}$, $\vec{CD}$, $\vec{AD}$ y $\vec{BC}$.

4. Tenemos tres puntos de coordenadas: A(3,-1), B(4,6) y C(0,0). Halla las coordenadas del punto D para que los vectores $\vec{AB}$ y $\vec{CD}$ sean iguales.

5. Las coordenadas del vector $\vec{AB}$ son (-3,2). ¿Cuáles serán las coordenadas de B si las de A son (3,-3)? ¿Y si B es (0,-2)?

6. Las coordenadas del vector $\vec{AB}$ son (-3,-4) ¿Cuáles serán las coordenadas de A si las de B son (5,0)? ¿Y si A es (3,-1)?

7. Los vértices de un paralelogramo son A(3,4), B(-4,4), C(3,-4) y D. ¿Cuáles son las coordenadas de D?

8. Dados los puntos A(2,1), B(4,3) y C(-2,4). Calcula:
   a. $\vec{u}=\vec{AB}$
   b. $\vec{v}=\overleftarrow{AC}$
   c. $\vec{w}=\vec{u}+\vec{v}$
   d. $|\vec{u}|$ y $|\vec{v}|$

9. Representa los siguientes vectores $\vec{u}=\vec{AB}$, $\vec{v}=\vec{BC}$, siendo A(1,3), B(4,5), C(6,-2).
   a. Halla sus coordenadas y el módulo.
   b. Representa $\vec{u}+\vec{v}$ y halla sus coordenadas.
   c. Representa $3\vec{u}$ y $-2\vec{u}$ y halla sus coordenadas.
   d. Representa $\vec{u}-\vec{v}$ y halla sus coordenadas.
   e. Representa $2\vec{u}-\vec{v}$.

10. Si $\vec{u}=(7,-4)$, $\vec{v}=(-5,-2)$ y $\vec{w}=(11,18)$:
    a. Halla las coordenadas de $3\vec{u}-2\vec{v}$.
    b. Calcula el valor de a y b para que $a\vec{u}+b\vec{v}=\vec{w}$.

11. Si $\vec{u}=(-5,8)$, $\vec{v}=(-41,-10)$ y $\vec{w}=(3,6)$:
    a. Halla las coordenadas de $3\vec{u}-2\vec{v}+10\vec{w}$.
    b. Calcula el valor de a y b para que $a\vec{u}+b\vec{w}=\vec{v}$.

12. Desde el punto A(3,7) nos movemos en la dirección de $\vec{v} = (4,2)$ el doble de su longitud. Después nos movemos el triple de $\vec{w} = (1,-3)$. ¿A qué punto llegamos?

13. Calcula el punto medio del segmento de extremos A(1,4) y B(9,8).

14. Dividimos el segmento cuyos extremos son A(1,4) y B(10,10) en tres trozos iguales. ¿Cuáles son las coordenadas de los dos puntos que marcan la partición?

15. Dividimos el segmento de extremos A(1,2) y B(16,12) en cinco partes iguales. Localiza mediante sus coordenadas los cuatro puntos de separación.

16. Calcula el punto medio de los siguientes segmentos:
    a. A(-2,5) y B(4,1)
    b. P(7,-3) y Q(-5,1)
    c. R(1,4) y S(7,2)
    d. A(-3,5) y B(4,0)

17. Halla las coordenadas del punto simétrico de A respecto de P en los siguientes casos:
    a. A(4,-1) y P(-7,2)
    b. A(2,4) y P(5,-1)

18. El punto medio de un segmento es M(0,-3) y uno de sus extremos es (7,2). ¿Cuál es el otro extremo?

19. Comprobar si los puntos A(2,-1), B(6,1) y C(8,2) están alineados.

20. Comprobar si los puntos A(1,0), B(-3,-2) y C(5,2) están alineados.

21. Calcula el valor de a para que los puntos P(1,4), Q(5,-2) y R(6,a) estén alineados.

22. Dados los vectores $\vec{u} = (1,2)$, $\vec{v} = (3,-4)$ y $\vec{w} = (2,-3)$, calcula:
    a. $\vec{u} \cdot \vec{v}$
    b. $\vec{u} \cdot \vec{w}$
    c. $\vec{v} \cdot \vec{w}$
    d. $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot \vec{w}$

23. Sabiendo que los módulos de dos vectores son 6 y 10 y forman un ángulo de 60º, calcula su producto escalar.

24. Calcula el producto escalar de los vectores $\vec{u} = (1,2)$ y $\vec{v} = (-2,1)$. ¿Qué ángulo forman?

25. Calcula el ángulo que forman los vectores $\vec{u} = (2,3)$ y $\vec{v} = (1,5)$.

26. Calcula el ángulo que forman los vectores en cada caso:
    a. $\vec{u} = (6,9)$, $\vec{v} = (-3,2)$
    b. $\vec{u} = (1,2)$, $\vec{v} = (3,-5)$
    c. $\vec{u} = (2,\sqrt{3})$, $\vec{v} = (\sqrt{3},1)$

27. Calcula el valor de a para que los vectores $\vec{u} = (a,3)$, $\vec{v} = (-1,5)$ sean perpendiculares.
28. Calcula la distancia entre los puntos A(1,1) y B(5,4).

ECUACIONES DE LA RECTA

VECTORIAL: $X = P + t\vec{v}$	GENERAL: $Ax + By + C = 0$
PARAMÉTRICAS: $\begin{array}{l} x = a + tv_1 \\ y = b + tv_2 \end{array}$	EXPLÍCITA: $y = mx + n$
CONTINUA: $\frac{x-a}{v_1} = \frac{y-b}{v_2}$	PUNTO-PENDIENTE: $y - b = m(x-a)$

29. Halla las ecuaciones de la recta en todas sus forma que pasan por:
    a. A(1,3) y B(5,5)
    b. A(1,6) y B(8,-2)

30. Determina un punto y el vector director de cada una de las siguientes rectas:
    a. $(x,y)=(0,2)+t(2,-1)$
    b. $\begin{cases} x=2-3t \\ y=-1+t \end{cases}$
    c. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{5}$
    d. $5x+2y-1=0$
    e. $y-2=3(x+3)$
    f. $y=2x-1$

31. Dada la recta y=2x+1, obtén un punto y un vector y calcula las demás ecuaciones.

32. Calcula la ecuación punto-pendiente de la recta que pasa por el punto (1,3) y tiene la misma pendiente que la recta $y=4x+9$.

33. Calcula la ecuación de la recta que:
    a. Pasa por (-4,2) y su pendiente es 1/2.
    b. Pasa por (1,3) y su vector dirección es (2,-1).
    c. Es paralela a y = -2x +3 y pasa por (4,5).
    d. Es perpendicular a y = -2x +3 y pasa por (4,5).

34. Calcula la ecuación explícita de la recta que pasa por el punto A(-2,4) y es paralela a la recta $7x-14y+3=0$.

35. Calcula la ecuación de la recta que pasa por P(2,-5) y es perpendicular al vector $\vec{v}=(5,7)$.

36. Halla la recta paralela a $5x-6y+14=0$ que pasa por (0,-3).

37. Calcula el punto de corte de las rectas r: $2x-5y+7=0$ y s: $x-2y-2=0$.

38. Dados los puntos A(2,-4) y B(4,0), calcula:
    a. El vector $\vec{AB}$ y su módulo.
    b. El punto medio M.
    c. La ecuación de la recta que pasa por AB en todas sus formas.
    d. La ecuación de la recta mediatriz.
    e. La ecuación de la recta paralela a AB que pasa por el punto C(2,10).
    f. La ecuación de la recta perpendicular a AB que pasa por A.

39. En el triángulo de vértices A(-3,1), B(1,5) y C(4,0), halla:
    a. La ecuación de la altura que parte del vértice B.
    b. La ecuación de la mediatriz del lado AB.
    c. La ecuación de la mediana del lado AB.

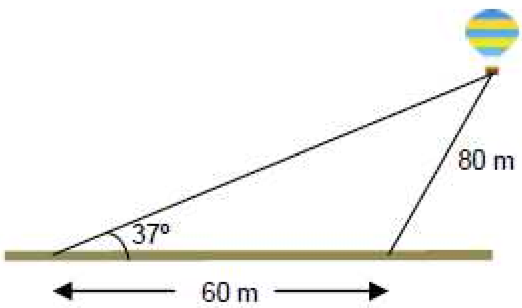
40. En el triángulo de vértices A(-1,1), B(3,4) y C(3,0), halla:
    a. La ecuación de la mediatriz de BC.
    b. La ecuación de la mediatriz de AC.
    c. Las coordenadas del circuncentro del triángulo.

41. Dados los puntos A(-1,1) y B(3,4), halla:
    a. La ecuación de la recta r que pasa por A y sea perpendicular a AB.
    b. La ecuación de la recta s que pasa por A y B.
    c. La ecuación de la recta mediatriz al segmento AB.

42. Dado el triangulo de vértices A(-5,4), B(4,1) y C(-1,-2) calcula:
    a. Las ecuaciones de los tres lados.
    b. La ecuación de la mediana del vértice B.
    c. La ecuación de la mediana del vértice A.
    d. Las coordenadas del baricentro.

Ejercicios de repaso:

1. Resuelve las ecuaciones e inecuaciones:
    a. $(2x+2)(2x-2) \leq (x+1)^2 + 2(x+1)(x-1)$
    b. $\sqrt{x-5} - 1 = \sqrt{x}$
    c. $\log(2x+6) - 1 = 2\log(x-1)$
2. Calcula a altura de un árbol situado en un terreno horizontal, sabiendo que con un teodolito de 1,50 m de altura, colocado a 30 m del árbol, se midió el ángulo que forma la horizontal con el punto más alto y se obtuvo 35º 50'.
3. Suponiendo que $sen\alpha = -1/3$ y que A $\alpha \in IV$ cuadrante, calcula las demás razones trigonométricas utilizando fracciones y racionalizando el resultado.
4. Dos personas ven un avión desde 2 puntos distantes entre si 800 m y con ángulos de elevación de 30º y 75º respectivamente. Si la vertical del avión no cae sobre ninguno de estos puntos, calcula la altura a la que volará el avión.
5. Resuelve el siguiente triángulo oblicuángulo:
    a. a=60 cm, b=40 cm, A=42º
6. Un globo aerostático está sujeto al suelo mediante dos cables de acero, en dos puntos que distan 60 m. El cable más corto mide 80 m y el ángulo que forma el otro cable con el suelo es de 37º. Hallar la altura del globo y la longitud del cable más extenso.



7. Resuelve:
$$\frac{x+4}{2} - \frac{x^2-4}{5} \geq 2 + \frac{3x+1}{15}$$
8. Resuelve las ecuaciones:
$$\log(3x+1) - \log(2x-3) = 1 - \log 5$$
$$3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 360$$
9. En un terreno horizontal hay una torre de 40 m de altura y distante 30 m del borde más próximo de un río. Desde el alto de la torre se ve el ancho del río bajo un ángulo de 45º. Calcula el ancho del río.
10. Calcula la expresión de la recta que:
    a) Es paralela a la recta y=5x-2 y pasa por el punto A(2,-4).
    b) Es perpendicular a la recta y=-2x y pasa por el punto A(-1,-3).
11. Sabiendo que cosA = 1/2 y sabiendo que A es un ángulo perteneciente al 4º cuadrante, calcula el senA y tanA utilizando las fórmulas trigonométricas dadas y la racionalización de fracciones.
12. Resuelve:
$$\left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 100 \\ x - 7y = 50 \end{array}\right\}$$
13. Dados los puntos A(2,7) y B(0,-1), calcula:
    a. Punto medio del segmento AB.
    b. Punto simétrico de A con respecto a B.
    c. Distancia de A a B.
    d. Dividir el segmento AB en tres partes iguales.